

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Тверской государственный технический университет»

(ТвГТУ)

Кафедра информационных систем

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

Выполнил(-а):

Направление подготовки

бакалавров:

Информационные
системы и технологии

Проверил: д.т.н., профессор

Богатилов В.Н.

Тверь, 2023

Содержание

Отчет по заданию 1.....	3
Задание 1.....	3

Задание 2.....	3
Задание 3.....	3
Задание 4.....	3
Задание 5.....	4
Задание 6.....	4
Задание 7.....	5
Задание 8.....	6
Отчет по заданию 2.....	6
Задание 1.....	6
Задание 2.....	7
Задание 3.....	7
Задание 4.....	8
Задание 5.....	8
Задание 5.....	8
Отчет по заданию 3.....	9
Задание 1.....	9
Задание 2.....	9
Задание 3.....	9
Задание 4.....	10
Задание 5.....	12
Отчет по заданию 4.....	13
Отчет по заданию 5.....	14
Задание 1.....	14
Задание 2.....	15

Отчет по заданию 1

Задание 1

Установить, является ли предложение высказыванием, и, если является, истинно оно или ложно.

1.1 4) $x^2 - 5x + 6 = 0$. Не является высказыванием

1.2 4) $2 + \sqrt{16} = 6$. Высказывание. Оно истинно

Задание 2

Установить, является ли предложение высказыванием, и, если является, истинно оно или ложно.

2.1 4) $0 \in \{x | 2x^3 - 3x^2 + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$. Это высказывание. Оно ложно

2.2 4) $\{-1, 2\} \subset \{x | x^3 + x^2 - x - 1 = 0, x \in \mathbb{Z}\}$. Это высказывание. Оно ложно

Задание 3

Среди следующих высказываний выделить элементарные и составные. В составных высказываниях обозначить элементарные высказывания буквами и записать с помощью логических символов.

3.1 4) Если 81 делится нацело на 9, то 81 делится на 3.

Составное

$A = 81$ делится нацело на 9

$B = 81$ делится нацело на 3

$A \Rightarrow B$

3.2 4) Двухзначное число 19 простое. Элементарное

Задание 4

Пусть A обозначает высказывание “Я увлекаюсь горным туризмом”, а B обозначает высказывание “Я изучаю программирование”. Дайте словесную формулировку следующих высказываний:

$A =$ “Я увлекаюсь горным туризмом”

$B =$ “Я изучаю программирование”

4) $A \vee B$;

4.1 Я увлекаюсь горным туризмом или я изучаю программирование

4.2 4) $A \leftrightarrow B$; Я увлекаюсь горным туризмом тогда и только тогда, когда я изучаю программирование

Задание 5

Проверить, является ли формула тавтологией, без построения таблицы истинности.

5.1 4) $A \vee \neg A$.

$(A \vee \neg A) = 1$, закон исключающего третьего

Формула является тавтологией

5.2 4) $(A \vee A) \rightarrow (A \wedge A)$.

$(A \vee A) \Rightarrow (A \wedge A) = A \Rightarrow A = (A \vee \neg A) = 1$

Формула является тавтологией

Задание 6

Доказать, что формула является тавтологией, без построения таблицы истинности. Во всех формулах выделить всевозможные подформулы.

6.1 4) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$.

$(A \Rightarrow B) = (\neg A \vee B)$

$(\neg B \Rightarrow \neg A) = A \Rightarrow B = (\neg A \vee B)$

$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A) = (\neg A \vee B) \Leftrightarrow (\neg A \vee B) = 1$

Формула является тавтологией

6.2 4) $(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow C))$.

$(A \Rightarrow C) = (\neg A \vee C)$

$(B \Rightarrow C) = (\neg B \vee C)$

$A \vee B \Rightarrow C = C \vee (\neg A \wedge \neg B)$

$(B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \vee B \Rightarrow C) = \neg B \vee C \Rightarrow C \vee (\neg A \wedge \neg B) = \neg ((\neg B \vee C) \wedge \neg C \wedge \neg (\neg A \wedge \neg B)) = \neg ((\neg B \vee C) \wedge \neg C \wedge (A \vee B)) = \neg (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C) = A \vee B \vee C$

$(A \Rightarrow C) \Rightarrow ((B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \vee B \Rightarrow C)) = \neg A \vee C \Rightarrow B \vee C \vee \neg A = A \wedge \neg C \vee B \vee C \vee \neg A =$

$= A \wedge 1 \vee B \vee \neg A = A \vee B \vee \neg A = B \vee 1 = 1$

Задание 7

Доказать, что формулы логически эквивалентны.

7.1 4. $\neg(A \vee B)$ и $\neg A \wedge \neg B$.

$\neg(A \vee B)$

A	B	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

$\neg A \wedge \neg B$

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \wedge \neg B$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0

$1000 = 1000$ – значит формулы $\neg(A \vee B)$ и $\neg A \wedge \neg B$ эквивалентны

7.2 4. $A \rightarrow B$ и $\neg A \vee B$.

$\neg A \vee B$

A	B	$\neg A$	$\neg A \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

$A \Rightarrow B$

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0

1	1	1
---	---	---

1101 = 1101 - – значит формулы НЕ A ∨ B и A => B

эквивалентны

Задание 8

Доказать, что первая формула логически влечет вторую формулу

Формула A логически влечет формулу B если формула A → B является тавтологией

8.1 4) $A \rightarrow B; (A \wedge C) \rightarrow (B \wedge C).$

$A \Rightarrow B; (A \wedge C) \Rightarrow (B \wedge C)$

$(A \Rightarrow B) \Rightarrow ((A \wedge C) \Rightarrow (B \wedge C))$

$(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\text{НЕ } A \vee \text{НЕ } C \vee (B \wedge C))$

$(\text{НЕ } A \vee B) \Rightarrow (\text{НЕ } A \vee \text{НЕ } C \vee B)$

$A \wedge \text{НЕ } B \vee \text{НЕ } A \vee \text{НЕ } C \vee B = 1$ – формула является тавтологией, значит формулы A => B и (A ∧ C) => (B ∧ C) эквивалентны

8.2

4) $A \rightarrow B; \neg B \rightarrow \neg A.$

$A \Rightarrow B; \text{НЕ } B \Rightarrow \text{НЕ } A$

$(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\text{НЕ } B \Rightarrow \text{НЕ } A)$

$A \wedge \text{НЕ } B \vee \text{НЕ } A \vee B = 1$ - формула является тавтологией, значит формулы A => B и НЕ B => НЕ A эквивалентны

Отчет по заданию 2

Задание 1

Для следующих формул найти СДНФ и СКНФ, каждую двумя способами (путем равносильных преобразований и используя таблицы истинности):

4) $(x \vee \bar{z}) \rightarrow y \& z;$

$(X \vee \text{НЕ } Z) \Rightarrow Y \wedge Z$

1.1 Найдём СДНФ и СКНФ, используя таблицы истинности

Y	Z	X	-Z	X ∨ -Z	Y ∧ Z	X ∨ -Z → Y	ЭК	ЭД
---	---	---	----	--------	-------	------------	----	----

						$\wedge Z$		
0	0	0	1	1	0	0		$Y \vee Z \vee X$
0	0	1	1	1	0	0		$Y \vee Z \vee \neg X$
0	1	0	0	0	0	1	$\neg Y \wedge Z \wedge \neg X$	
0	1	1	0	1	0	0		$Y \vee \neg Z \vee \neg X$
1	0	0	1	1	0	0		$\neg Y \vee Z \vee X$
1	0	1	1	1	0	0		$\neg Y \vee Z \vee \neg X$
1	1	0	0	0	1	1	$Y \wedge Z \wedge \neg X$	
1	1	1	0	1	1	1	$Y \wedge Z \wedge X$	

СДНФ - $\neg Y \wedge Z \wedge \neg X \vee Y \wedge Z \wedge \neg X \vee Y \wedge Z \wedge X$

СКНФ - $(Y \vee Z \vee X) \wedge (Y \vee Z \vee \neg X) \wedge (Y \vee \neg Z \vee \neg X) \wedge (\neg Y \vee Z \vee X) \wedge (\neg Y \vee Z \vee \neg X)$

1.2 Найдём СДНФ и СКНФ путем равносильных преобразований

ДНФ $A = (X \vee \neg Y \vee Z) \Rightarrow Y \wedge Z = \neg X \wedge Z \vee Y \wedge Z = (\neg X \vee Y) \wedge Z = \neg X \wedge Z \vee Y \wedge Z$

СДНФ $A = \neg X \wedge Z \wedge (Y \vee \neg Y) \vee Y \wedge Z \wedge (X \vee \neg X) = Y \wedge Z \wedge \neg X \vee \neg Y \wedge Z \wedge \neg X \vee Y \wedge Z \wedge X \vee \neg Y \wedge Z \wedge X$

$\vee Y \wedge Z \wedge \neg X = \neg Y \wedge Z \wedge \neg X \vee Y \wedge Z \wedge \neg X \vee Y \wedge Z \wedge X$

КНФ $A = (\neg X \vee Y) \wedge Z$

СКНФ $A = (\neg X \vee Y \vee (Z \wedge \neg Z)) \wedge (Z \vee (X \wedge \neg X) \vee (Y \wedge \neg Y)) = (Y \vee Z \vee \neg X) \wedge$

$\wedge (Y \vee \neg Z \vee \neg X) \wedge (Y \vee Z \vee X) \wedge (\neg Y \vee Z \vee X) \wedge (Y \vee Z \vee \neg X) \wedge (\neg Y \vee Z \vee \neg X) =$

$= (Y \vee Z \vee X) \wedge (Y \vee Z \vee \neg X) \wedge (Y \vee \neg Z \vee \neg X) \wedge (\neg Y \vee Z \vee X) \wedge (\neg Y \vee Z \vee \neg X)$

Задание 2

Найдите СДНФ для всякой тождественно истинной формулы, содержащей: 1) одно переменное

X	F(x)	ЭК
0	1	$\neg X$
1	1	X

СДНФ - $\neg X \vee X$

Задание 3

Найдите СКНФ для всякой тождественно ложной формулы, содержащей: 1) одно переменное

X	F(x)	ЭД
0	0	X
1	0	¬X

СКНФ - $X \wedge \neg X$

Задание 4

Докажите равносильность формул сравнением их совершенных нормальных форм (конъюнктивных или дизъюнктивных).

$$\overline{x\bar{y}} \rightarrow (\bar{y} \rightarrow x) \quad \text{и} \quad \overline{x \rightarrow y} \vee x \vee y$$

$$\text{НЕ } (X \wedge \text{НЕ } Y) \Rightarrow (\text{НЕ } Y \Rightarrow X) = X \wedge \text{НЕ } Y \vee Y \vee X = X \wedge (\text{НЕ } Y \vee 1) \vee Y = X \vee Y$$

$$\text{НЕ } (X \Rightarrow Y) \vee X \vee Y = \text{НЕ}(\text{НЕ } X \vee Y) \vee X \vee Y = \text{НЕ } X \wedge Y \vee X \vee Y =$$

$$= Y \wedge (\text{НЕ } X \vee 1) \vee X = Y \vee X$$

X	Y	$X \vee Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Y	X	$Y \vee X$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$\text{СДНФ } (X \vee Y) - \text{НЕ } X \wedge Y \vee X \wedge \text{НЕ } Y \vee X \wedge Y$$

$$\text{СДНФ } (Y \vee X) - \text{НЕ } Y \wedge X \vee Y \wedge \text{НЕ } X \vee Y \wedge X$$

$$\text{СДНФ } (X \vee Y) = \text{СДНФ } (Y \vee X)$$

Задание 5

Найдите более простой вид формул, имеющих следующие совершенные нормальные формы

$$1) xy \vee \overline{xy} \vee \overline{xy};$$

$$XY \vee X \wedge \overline{Y} \vee \overline{X} \wedge Y = X \wedge (Y \vee \overline{Y}) \vee \overline{X} \wedge Y = X \vee \overline{X} \wedge Y =$$

$$= (X \vee \overline{X}) \wedge (X \vee Y) = X \vee Y$$

Ответ: $X \vee Y$

Задание 6

Используя критерий тождественной истинности и тождественной ложности формулы, установить будет ли данная формула тождественно истинной, тождественно ложной или выполнимой:

$$1) \overline{\overline{xy}} \leftrightarrow \overline{x} \vee xy;$$

$$\overline{\overline{X \wedge \overline{Y}}} \leftrightarrow \overline{X} \vee X \wedge Y$$

$$\overline{X \vee Y} \leftrightarrow (\overline{X \vee X}) \wedge (\overline{X \vee Y})$$

$$\overline{X \vee Y} \leftrightarrow \overline{X \vee Y} = 1$$

Ответ: формула тождественно истинна

Отчет по заданию 3

Задание 1

Доказать тождественную истинность $\overline{\overline{pq}} \Rightarrow \overline{\overline{p}}$

$$P \wedge Q \Rightarrow P$$

$$\overline{P \vee \overline{Q}} \vee P = \overline{Q} \vee 1 = 1$$

Задание 2.

Доказать следующие правила вывода.

4. Правило расширенной контрапозиции

$$\frac{\overline{\overline{\Phi_1 \Phi_2}} \Rightarrow \overline{\overline{\Phi}}}{\overline{\overline{\Phi_1 \Phi}} \Rightarrow \overline{\overline{\Phi_2}}}$$

$$(A \wedge B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \wedge \overline{C} \Rightarrow \overline{B})$$

Задание 3.

Приёмы преобразования формул. Доказать тождественную истинность.

Введение дизъюнкции

$$\frac{\varphi, \psi}{\varphi \vee \psi} \text{ (ВД);}$$

$$A \vdash A \vee B, B \vdash A \vee B$$

Применим Modus Ponens к формуле A и применим аксиому 6

$$A, B \vdash A \rightarrow A \vee B$$

$$A, A \rightarrow A \vee B$$

Применим Modus Ponens

$$A \vee B$$

Задание 4

Доказать теорему дедукции на примере $n = 5$

$$\text{если } \varphi_1, \dots, \varphi_{n-1}, \varphi_n \vdash \varphi, \text{ то } \varphi_1, \dots, \varphi_{n-1} \vdash \varphi_n \Rightarrow \varphi$$

$$\text{Если } F_1, \dots, \underline{F_{m-1}}, \underline{F_m} \vdash G, \text{ то } F_1, \dots, \underline{F_{m-1}} \vdash \underline{F_m} \rightarrow G$$

$$\text{В частности, если } F \vdash G, \text{ то } \vdash F \rightarrow G$$

$$\underline{\text{Следствие 1.}} F_1, \dots, \underline{F_{m-1}}, \underline{F_m} \vdash G \text{ тогда и только тогда, когда} \\ F_1, \dots, \underline{F_{m-1}} \vdash \underline{F_m} \rightarrow G$$

$$\underline{\text{Следствие 2.}} F_1, \dots, \underline{F_{m-1}}, \underline{F_m} \vdash G \text{ тогда и только тогда, когда} \\ \vdash F_1 \rightarrow (F_2 \rightarrow \dots \rightarrow (\underline{F_{m-1}} \rightarrow (\underline{F_m} \rightarrow G))) \dots$$

Доказательство

1. Докажем $F_1, \dots, \underline{F_{m-1}}, \underline{F_m} \vdash G$

1. B_1

2. B_2

3. B_3

...

G

2. Добавим $F_m \rightarrow$

1. $F_m \rightarrow B_1$
2. $F_m \rightarrow B_2$
3. $F_m \rightarrow B_3$
- ...
- $F_m \rightarrow G$

3.

Если B_i - гипотеза, то

1. B_i - гипотеза
2. $B_i \rightarrow (F_m \rightarrow B_i)$
3. $F_m \rightarrow B_i$

Если B_i - аксиома, то

1. B_i - аксиома
2. $B_i \rightarrow (F_m \rightarrow B_i)$
3. $F_m \rightarrow B_i$

Если $B_i = F_m$

1. $(F_m \rightarrow ((G \rightarrow F_m) \rightarrow F_m)) \rightarrow ((F_m \rightarrow (G \rightarrow F_m)) \rightarrow (F_m \rightarrow F_m))$ A2
2. $F_m \rightarrow ((G \rightarrow F_m) \rightarrow F)$ A1
3. $F_m \rightarrow (G \rightarrow F_m)$ A1
4. $(F_m \rightarrow (G \rightarrow F_m)) \rightarrow (F_m \rightarrow F_m)$ MP(2, 1)
5. $F_m \rightarrow F_m$ MP(3, 4) | I

Если B_k - $\underline{MP}(B_i, B_i \rightarrow B_k)$, то

1. $F_m \rightarrow B_i$
2. $F_m \rightarrow (B_i \rightarrow B_k)$
3. $(F_m \rightarrow (B_i \rightarrow B_k)) \rightarrow ((F_m \rightarrow B_i) \rightarrow (F_m \rightarrow B_k))$ A2
4. $(F_m \rightarrow B_i) \rightarrow (F_m \rightarrow B_k)$ MP(2, 3)
5. $F_m \rightarrow B_k$ MP(1, 4)

Примечание: если формула $F_m \rightarrow B_k$ является аксиомой, то некоторые шаги доказательства можно опустить.

$$F \rightarrow (G \rightarrow (H \rightarrow F))$$

$$F \vdash G \rightarrow (H \rightarrow F)$$

$$\vdash F \rightarrow (G \rightarrow (H \rightarrow F))$$

$$F \vdash G \rightarrow (H \rightarrow F)$$

1. F гипотеза
2. $F \rightarrow (H \rightarrow F)$ A1
3. $H \rightarrow F$ MP(1, 2)
4. $(H \rightarrow F) \rightarrow (G \rightarrow (H \rightarrow F))$ A1
5. $G \rightarrow (H \rightarrow F)$ MP(3, 4)

$$\vdash F \rightarrow (G \rightarrow (H \rightarrow F))$$

1. $F \rightarrow (H \rightarrow F)$ A1
2. $(H \rightarrow F) \rightarrow (G \rightarrow (H \rightarrow F))$ A1
3. $((H \rightarrow F) \rightarrow (G \rightarrow (H \rightarrow F))) \rightarrow (F \rightarrow ((H \rightarrow F) \rightarrow (G \rightarrow (H \rightarrow F))))$ A1
4. $F \rightarrow ((H \rightarrow F) \rightarrow (G \rightarrow (H \rightarrow F)))$ MP(2, 3)
5. $(F \rightarrow ((H \rightarrow F) \rightarrow (G \rightarrow (H \rightarrow F)))) \rightarrow ((F \rightarrow (H \rightarrow F)) \rightarrow (F \rightarrow (G \rightarrow (H \rightarrow F))))$ A2
6. $(F \rightarrow (H \rightarrow F)) \rightarrow (F \rightarrow (G \rightarrow (H \rightarrow F)))$ MP(4, 5)
7. $F \rightarrow (G \rightarrow (H \rightarrow F))$ MP(1, 6)

Задание 5.

Доказать правильность или неправильность рассуждений

I. «Если многоугольник — правильный, то в него можно вписать окружность; данный многоугольник не есть правильный, следовательно, в него нельзя вписать окружность»

p – многоугольник правильный

q – можно вписать окружность

$(p \Rightarrow q) \wedge (HE p \Rightarrow HE q)$

p	q	HE p	HE q	$p \Rightarrow q$	$HE p \Rightarrow HE Q$	$(p \Rightarrow q) \wedge (HE p \Rightarrow HE q)$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	1

Рассуждение неверно, так как из посылок $p \Rightarrow q$ и $HE p$, не следует заключение $HE q$.

Отчет по заданию 4

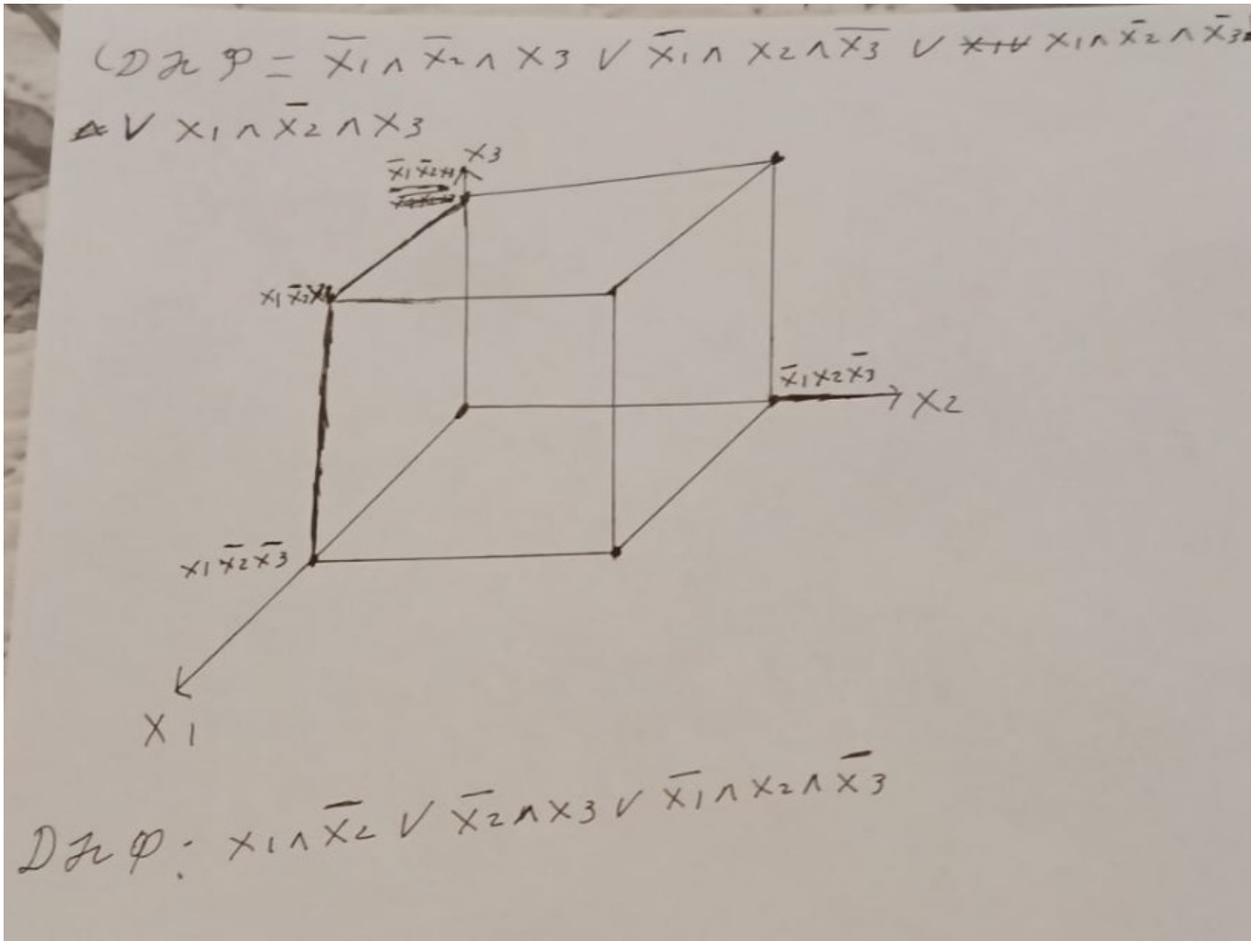
Вариант 24

Записать функцию $f(x_1, x_2, x_3)$ и минимизировать её графическим методом, методом Карно, Квайна, Мак-Класки.

X1	X2	X3	F(x1,x2,x3)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

$$F = \overline{HE} x_1 \wedge \overline{HE} x_2 \wedge x_3 \vee \overline{HE} x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{HE} x_3 \vee x_1 \wedge \overline{HE} x_2 \wedge \overline{HE} x_3 \vee x_1 \wedge \overline{HE} x_2 \wedge x_3$$

Графический метод



Метод Карно

$$F = \overline{HE} x_1 \wedge \overline{HE} x_2 \wedge x_3 \vee \overline{HE} x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{HE} x_3 \vee x_1 \wedge \overline{HE} x_2 \wedge \overline{HE} x_3 \vee x_1 \wedge \overline{HE} x_2 \wedge x_3$$

		$x_1 \wedge \overline{HE} x_2 \wedge x_3$	$x_1 \wedge \overline{HE} x_2 \wedge \overline{HE} x_3$
$\overline{HE} x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{HE} x_3$		$\overline{HE} x_1 \wedge \overline{HE} x_2 \wedge x_3$	

$\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}$	$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3$	$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}$
$\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}$	$\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge x_3$	

ДНФ – $x_1 \wedge \overline{x_2} \vee \overline{x_2} \wedge x_3 \vee \overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}$

Метод Квайна

	Члены $f(x_1, x_2, x_3)$	Результаты 1-го склеивания	Результаты 2-го склеивания
1.	$\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge x_3$	$\overline{x_2} \wedge x_3$ (1,5)	
2.	$\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}$	$x_1 \wedge \overline{x_2}$ (4,5)	
3.	$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}$		
4.	$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3$		

	$\overline{x_1} \wedge \overline{x_2} \wedge x_3$	$\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}$	$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge \overline{x_3}$	$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3$
$\overline{x_2} \wedge x_3$	1			1
$x_1 \wedge \overline{x_2}$			1	1

Ядро: $x_1 \wedge \overline{x_2} \vee \overline{x_2} \wedge x_3$

Ядро + дополнение: $x_1 \wedge \overline{x_2} \vee \overline{x_2} \wedge x_3 \vee \overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}$

Метод Мак-Класки

	Члены $f(x_1, x_2, x_3)$	Результаты 1-го склеивания	Результаты 2-го склеивания
1.	001	-01 (1,4)	
2.	010	10- (3,4)	
3.	100		
4.	101		

	001	010	100	101
-01	v			v
10-			v	v

$F = (-01) \vee (10-) \vee (010)$

$\overline{x_2} \wedge x_3 \vee x_1 \wedge \overline{x_2} \vee \overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3}$

Отчет по заданию 5

Вариант 24

Задание 1

Пусть $x \in \{\text{люди}\}$, $y \in \{\text{вещи, которые можно читать и писать}\}$. На этих областях определения заданы предикаты:

- $P(x)$: x – профессор,
- $S(x)$: x – студент,
- $V(x)$: x – поэт,
- $R(x,y)$: x пишет y ,
- $W(x,y)$: x любит читать y ,
- $N(y)$: y – роман,
- $K(y)$: y – конспект,
- $C(y)$: y – стихи,
- $U(y)$: y – учебник,
- $L(y)$: y – письмо,
- $H(y)$: y – шпаргалка.

Следующие высказывания записать в виде формул логики предикатов.

Следующее высказывания записать в виде формул логики предикатов: студенты, которые пишут конспекты, не пишут шпаргалки.

$$\forall x(S(x) \wedge \forall y ((K(y) \Rightarrow R(x, y)) \wedge (H(y) \Rightarrow \neg R(x, y))))$$

Задание 2

Построить таблицы истинности на области интерпретации $D = \{1,2\}$.

$$\exists x(\forall y(P(x) \rightarrow (R \Leftrightarrow Q(y))))$$

Предикаты $P(x)$, $Q(y)$ на области интерпретации $D = \{1,2\}$ принимают следующие значения:

x	P1	P2	P3	P4
1	F	F	T	T
2	F	T	F	T

y	Q1	Q2	Q3	Q4
1	F	F	T	T
2	F	T	F	T

R – замкнутая формула, т.е. высказывание, которое принимает значение Т и F.

Поскольку предикат $P(x)$ принимает 4 значения, предикат $Q(y)$ – 4 значения, формула R -2 значения, и в формуле E нет свободных переменных, ее таблица истинности будет состоять из $4*4*2=32$ строк.

y	R	$R \Leftrightarrow Q(1)$	$R \Leftrightarrow Q(2)$
q1	0	1	1
q1	1	0	0
q2	0	1	0
q2	1	0	1
q3	0	0	1
q3	1	1	0

q4	0	0	0
q4	1	1	1

				∀y					∀y	∃x
P1(1)Q1(1)R(0)	1	P1(1)Q1(2)R(0)	1	И	P1(2)Q1(1)R(0)	1	P1(2)Q1(2)R(0)	1	И	И
P1(1)Q1(1)R(1)	1	P1(1)Q1(2)R(1)	1	И	P1(2)Q1(1)R(1)	1	P1(2)Q1(2)R(1)	1	И	И
P1(1)Q2(1)R(0)	1	P1(1)Q2(2)R(0)	1	И	P1(2)Q2(1)R(0)	1	P1(2)Q2(2)R(0)	1	И	И
P1(1)Q2(1)R(1)	1	P1(1)Q2(2)R(1)	1	И	P1(2)Q2(1)R(1)	1	P1(2)Q2(2)R(1)	1	И	И
P1(1)Q3(1)R(0)	1	P1(1)Q3(2)R(0)	1	И	P1(2)Q3(1)R(0)	1	P1(2)Q3(2)R(0)	1	И	И
P1(1)Q3(1)R(1)	1	P1(1)Q3(2)R(1)	1	И	P1(2)Q3(1)R(1)	1	P1(2)Q3(2)R(1)	1	И	И
P1(1)Q4(1)R(0)	1	P1(1)Q4(2)R(0)	1	И	P1(2)Q4(1)R(0)	1	P1(2)Q4(2)R(0)	1	И	И
P1(1)Q4(1)R(1)	1	P1(1)Q4(2)R(1)	1	И	P1(2)Q4(1)R(1)	1	P1(2)Q4(2)R(1)	1	И	И
P2(1)Q1(1)R(0)	1	P2(1)Q1(2)R(0)	1	И	P2(2)Q1(1)R(0)	1	P2(2)Q1(2)R(0)	1	И	И
P2(1)Q1(1)R(1)	1	P2(1)Q1(2)R(1)	1	И	P2(2)Q1(1)R(1)	0	P2(2)Q1(2)R(1)	0	И	И
P2(1)Q2(1)R(0)	1	P2(1)Q2(2)R(0)	1	И	P2(2)Q2(1)R(0)	1	P2(2)Q2(2)R(0)	0	И	И
P2(1)Q2(1)R(1)	1	P2(1)Q2(2)R(1)	1	И	P2(2)Q2(1)R(1)	0	P2(2)Q2(2)R(1)	1	И	И
P2(1)Q3(1)R(0)	1	P2(1)Q3(2)R(0)	1	И	P2(2)Q3(1)R(0)	0	P2(2)Q3(2)R(0)	1	И	И
P2(1)Q3(1)R(1)	1	P2(1)Q3(2)R(1)	1	И	P2(2)Q3(1)R(1)	1	P2(2)Q3(2)R(1)	0	И	И
P2(1)Q4(1)R(0)	1	P2(1)Q4(2)R(0)	1	И	P2(2)Q4(1)R(0)	0	P2(2)Q4(2)R(0)	0	И	И
P2(1)Q4(1)R(1)	1	P2(1)Q4(2)R(1)	1	И	P2(2)Q4(1)R(1)	1	P2(2)Q4(2)R(1)	1	И	И
P3(1)Q1(1)R(0)	1	P3(1)Q1(2)R(0)	1	И	P3(2)Q1(1)R(0)	1	P3(2)Q1(2)R(0)	1	И	И
P3(1)Q1(1)R(1)	0	P3(1)Q1(2)R(1)	0	Л	P3(2)Q1(1)R(1)	1	P3(2)Q1(2)R(1)	1	И	И
P3(1)Q2(1)R(0)	1	P3(1)Q2(2)R(0)	0	Л	P3(2)Q2(1)R(0)	1	P3(2)Q2(2)R(0)	1	И	И
P3(1)Q2(1)R(1)	0	P3(1)Q2(2)R(1)	1	Л	P3(2)Q2(1)R(1)	1	P3(2)Q2(2)R(1)	1	И	И
P3(1)Q3(1)R(0)	0	P3(1)Q3(2)R(0)	1	Л	P3(2)Q3(1)R(0)	1	P3(2)Q3(2)R(0)	1	И	И
P3(1)Q3(1)R(1)	1	P3(1)Q3(2)R(1)	0	Л	P3(2)Q3(1)R(1)	1	P3(2)Q3(2)R(1)	1	И	И
P3(1)Q4(1)R(0)	0	P3(1)Q4(2)R(0)	0	Л	P3(2)Q4(1)R(0)	1	P3(2)Q4(2)R(0)	1	И	И
P3(1)Q4(1)R(1)	1	P3(1)Q4(2)R(1)	1	И	P3(2)Q4(1)R(1)	1	P3(2)Q4(2)R(1)	1	И	И
P4(1)Q1(1)R(0)	1	P4(1)Q1(2)R(0)	1	И	P4(2)Q1(1)R(0)	1	P4(2)Q1(2)R(0)	1	И	И
P4(1)Q1(1)R(1)	0	P4(1)Q1(2)R(1)	0	Л	P4(2)Q1(1)R(1)	0	P4(2)Q1(2)R(1)	0	Л	Л
P4(1)Q2(1)R(0)	1	P4(1)Q2(2)R(0)	0	Л	P4(2)Q2(1)R(0)	1	P4(2)Q2(2)R(0)	0	Л	Л
P4(1)Q2(1)R(1)	0	P4(1)Q2(2)R(1)	0	Л	P4(2)Q2(1)R(1)	0	P4(2)Q2(2)R(1)	1	Л	Л
P4(1)Q3(1)R(0)	0	P4(1)Q3(2)R(0)	1	Л	P4(2)Q3(1)R(0)	0	P4(2)Q3(2)R(0)	1	Л	Л
P4(1)Q3(1)R(1)	1	P4(1)Q3(2)R(1)	1	И	P4(2)Q3(1)R(1)	1	P4(2)Q3(2)R(1)	0	Л	Л
P4(1)Q4(1)R(0)	0	P4(1)Q4(2)R(0)	0	Л	P4(2)Q4(1)R(0)	0	P4(2)Q4(2)R(0)	0	Л	Л
P4(1)Q4(1)R(1)	1	P4(1)Q4(2)R(1)	0	Л	P4(2)Q4(1)R(1)	1	P4(2)Q4(2)R(1)	1	И	Л

